МОУ СОШ №3 с.п. [illegible]
ФИО Хасанеева Милана Асланбековна 101б
Класс 10.

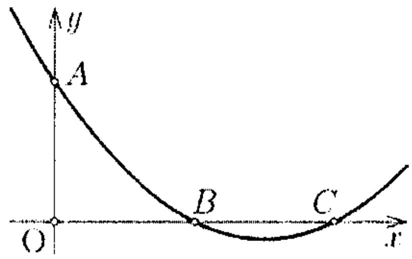
Призер 101б.

5 – 2б
6 – 1б
31б

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Задача 1. У профессора в пробирке находятся бактерии. Известно, что их не более, чем 2019. Каждый день, если число бактерий в пробирке делится на 100, то оно уменьшается в 100 раз; если же не делится, то число бактерий уменьшается на 1. Какое наибольшее количество бактерий может находиться в пробирке спустя 50 дней?

Задача 2. График квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Oy в точке A, а ось Ox — в точках B и C, как изображено справа. Известно, что $OA = OB = BC$. Укажите все возможные значения, которые может принимать коэффициент b.



Задача 3. Какое наименьшее количество клетчатых квадратов 3×3 можно вырезать из клетчатой доски 17×17 так, чтобы невозможно было вырезать больше ни одного квадрата 3×3?

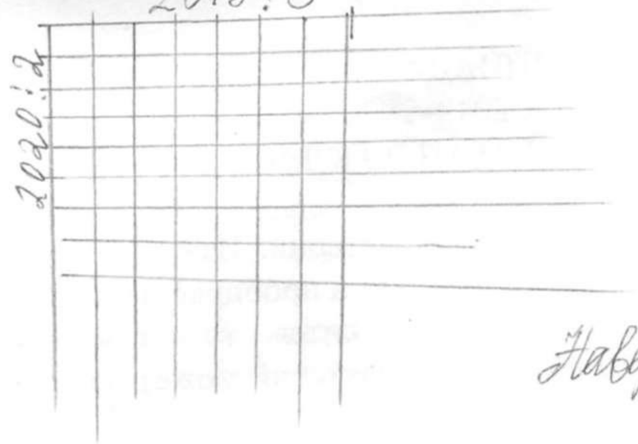
Задача 4. На столе лежат 2019 монет, первоначально все монеты лежат орлами вверх. Петя и Вася играют в следующую игру: они по очереди переворачивают по одной монете, начинает Петя. Проигрывает тот, после чьего хода повторилась ситуация, которая уже встречалась в игре (включая первоначальную). Кто выиграет при правильной игре?

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC медиана BM и высота CH пересекаются в точке E. Точка K лежит на описанной окружности треугольника ABM, и она диаметрально противоположна точке B. Докажите, что углы ABM и EKM равны.

Задача 6. Сколько существует разбиений доски 2020×2019 (2020 строк и 2019 столбцов) на прямоугольники 3×2 таких, что каждая строка доски пересекает одинаковое количество вертикально расположенных прямоугольников 3×2? (Прямоугольники 3×2 можно поворачивать. Вертикально расположенный прямоугольник 3×2 содержится в двух столбцах и в трёх строках.)

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача №6



Наверное 1. 1б

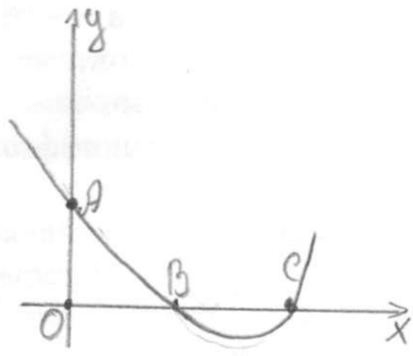
Задача №1.

Чтобы число бактерий было наибольшим через 50 дней, надо чтобы число было наибольшим и при этом ни разу в течении этих 50 дней оно не стало кратным 100.
Это верно лишь при количестве 1999 бактерий в начале.
Поэтому через 50 дней их останется 1949

Ответ: 1949 бактерии

7б

Задача №2.



Решение:

Пусть $OA = y_1$, $OB = x_1$, $OC = x_2$

если $x = 0$, то $y = y_1$.

Если $y = 0$, то $x_2 = 2x_1$

Пусть $y_1 = x_1 = t$, тогда $x_2 = 2t$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} at^2 + bt + t = 0 \\ a(2t)^2 + 2bt + t = 0 \end{cases}$$

Разделим на t каждое уравнение

$$\begin{cases} at + b + 1 = 0 \\ 4at + 2b + 1 = 0 \end{cases}$$

Из первого уравн.

1. $b = -at - 1$ подставим во 2 уравн.

$4at - 2at - 2 + 1 = 0$

$2at = 1$

$at = \frac{1}{2}$

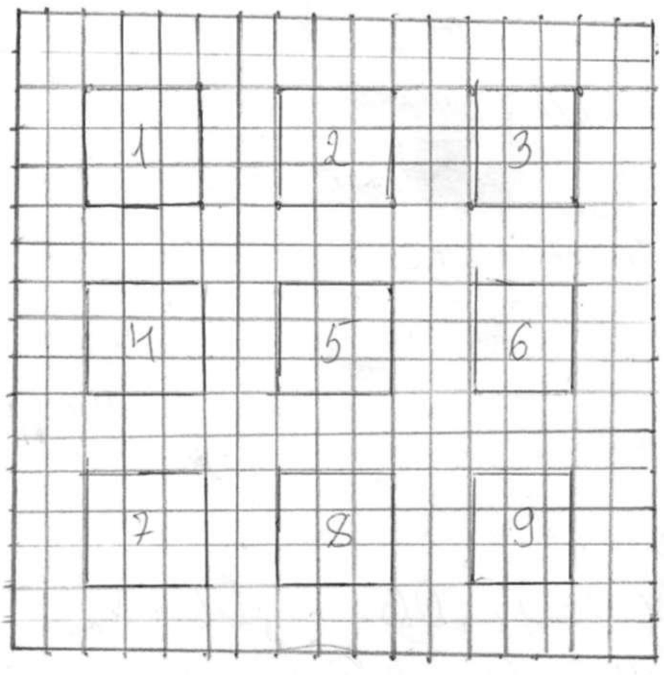
Найдем значение b

$b = -\frac{1}{2} - 1 = -1\frac{1}{2} = -1,5$

Ответ: при $b = -1,5$.

7б

Задача №3.



возьмем квадрат 17 × 17

Отв: 9 квадратов 3 × 3

7б

Задача №4.

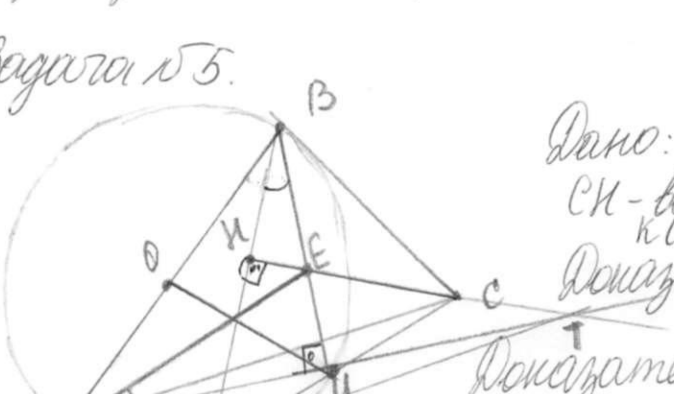
Правильная стратегия игры переворачивать сначала те монеты, которые не были до этого перевернуты. Тогда на 2019 ходу получим все решки, на 2020 ходу получим повторение ситуации 2018 хода.

(один орел, 2018 реш.)

Поэтому проиграет, тот, кто сделает 2020 ход, т. е. Вася. При правильной игре Петя выигрывает. 7б

Ответ: Петя.

Задача №5.



Дано: $\triangle ABC$; BM - медиана; CH - высота; E - точка пересеч. BM и CH. $KO=OB$

Доказать: $\angle ABM = \angle EKM$

Доказательство:

Треуг-к BMK - прямоугольный и равнобедренный

~~[illegible]~~ КСТМ-прямоуг.

2б