

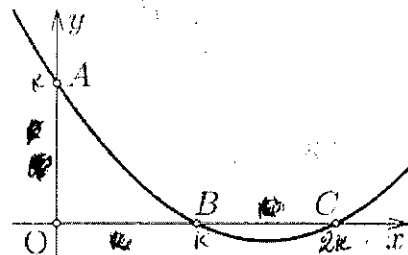
Олимпиада школьников

ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

4 - 50
5 - 58
6 - 28

Задача 1. У профессора в пробирке находятся бактерии. Известно, что их не более чем 2019. Каждый день, если число бактерий в пробирке делится на 100, то оно уменьшается в 100 раз; если же не делится, то число бактерий уменьшается на 1. Какое наибольшее количество бактерий может находиться в пробирке спустя 50 дней?

Задача 2. График квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Oy в точке A , а ось Ox — в точках B и C , как изображено справа. Известно, что $OA = OB = BC$. Укажите все возможные значения, которые может принимать коэффициент b .



Задача 3. Какое наименьшее количество клетчатых квадратов 3×3 можно вырезать из клетчатой доски 17×17 так, чтобы невозможно было вырезать больше ни одного квадрата 3×3 ?

Задача 4. На столе лежат 2019 монет, первоначально все монеты лежат орлами вверх. Петя и Вася играют в следующую игру: они по очереди переворачивают по одной монете, начинает Петя. Проигрывает тот, после чьего хода повторилась ситуация, которая уже встречалась в игре (включая первоначальную). Кто выиграет при правильной игре?

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC медиана BM и высота CH пересекаются в точке E . Точка K лежит на описанной окружности треугольника ABM , и она диаметрально противоположна точке B . Докажите, что углы ABM и EKM равны.

Задача 6. Сколько существует разбиений доски 2020×2019 (2020 строк и 2019 столбцов) на прямоугольники 3×2 таких, что каждая строка доски пересекает одинаковое количество вертикально расположенных прямоугольников 3×2 ? (Прямоугольники 3×2 можно поворачивать. Вертикально расположенный прямоугольник 3×2 содержится в двух столбцах и в трёх строках.)

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

1)

n - количество проверок
наибольшее.
 m - количество бактерий

$$\begin{cases} n \cdot 3^{100} = 1 \\ m \cdot 3^m = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$m = \frac{1}{3^{100}}$$

$$3^{\frac{1}{100}} \cdot 3^m = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{3^{100}} \cdot 3^m = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{1}{3^{100}} = \frac{1}{3^2} : 3^m$$

$$\frac{1}{3^{100}} = \frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{3^m}$$

$$3^{100} = 3^2 \cdot 3^m$$

$$100 = 2 + m$$

$$m = 98 \text{ (в)} \quad \text{Ответ: } 98.$$

4) Дано! 2018 лет.

$$2018 + 1 = 2019$$

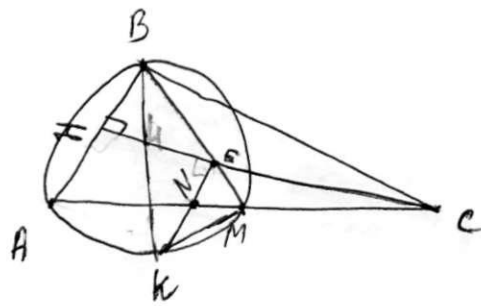
$$2018 : 2 = 1009.$$

Допустим, Темя проверит первую монету, а Ва пропустит одну монету и проверит третью. Если они продолжат пропускать по 1 монете, то они проверят 1009 монет, после чего останется одна монета. Так как очередь Темя, то ему придется проверить ~~оставшиеся~~ последнюю монету, таким образом, он проиграет.

Рассмотрим другой случай. Если Темя ~~сначала~~ пропустит одну монету и проверит следующую, а потом Темя и Ваа будут пропускать по ~~одной~~ 1 монете и перебирали следующую, то проиграет Ваа.

Ответ: в первом случае проигрывает Темя.
во втором случае проигрывает Ваа.

5)



Дано: ABC - острогр. треугольн.
 BM - медиана
 $AM = MC$
 CN - высота
 $CN \perp AB$
 BK - диаметр.

Доказать, что $\angle ABM = \angle EKM$.

Доказательство:

Т.к. $\angle BHE = \angle HEK$ и $\angle HBL = \angle ELM$, мы можем сказать, что $\triangle BHE$ подобен $\triangle KLE$. 55

Возведем трапецию $HEHA$. Если известно, что $\angle AHE = \angle HEA = 90^\circ$, отсюда следует, что $\angle HAN = 180^\circ$.

3) n - наименьшее количество клеточных квадратов.
 m - наибольшее количество клеточных квадратов.

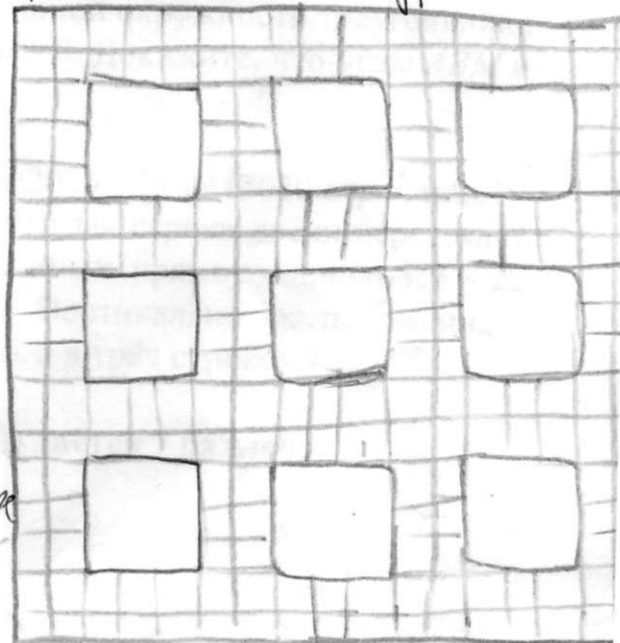
$S_{\text{клет. квадр.}} = 3 \cdot 3 = 9.$

$S_{\text{доски}} = 17 \cdot 17 = 289.$

Найдем наибольшее количество:

$m = 289 : 9 = 32 \text{ (остаток } 1 \times 1)$

Ответ: наименьшее количество клеточных квадратов. 9. 76



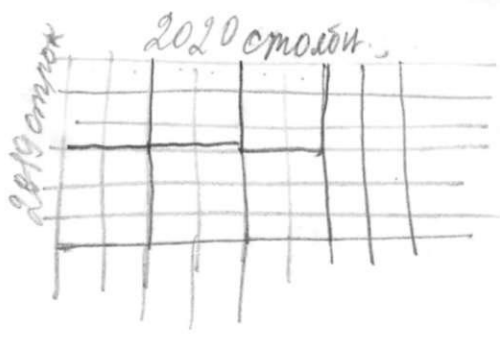
2) 1) B_3C - нули функции.

$a(x-k)(x-2k) = 0$

$a(x^2 - 3akx + 2ak^2)$

78

6



Проблем 100000
25

