

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

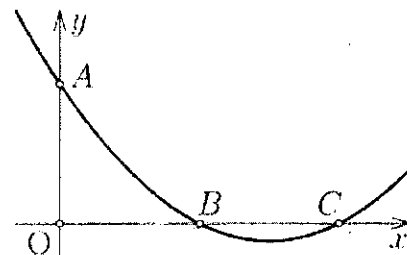
30

ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

7-0
5-20
6-30

Задача 1. У профессора в пробирке находятся бактерии. Известно, что их не более, чем 2019. Каждый день, если число бактерий в пробирке делится на 100, то оно уменьшается в 100 раз; если же не делится, то число бактерий уменьшается на 1. Какое наибольшее количество бактерий может находиться в пробирке спустя 50 дней?

Задача 2. График квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Oy в точке A , а ось Ox — в точках B и C , как изображено справа. Известно, что $OA = OB = BC$. Укажите все возможные значения, которые может принимать коэффициент b .



Задача 3. Какое наименьшее количество клетчатых квадратов 3×3 можно вырезать из клетчатой доски 17×17 так, чтобы невозможно было вырезать больше ни одного квадрата 3×3 ?

Задача 4. На столе лежат 2019 монет, первоначально все монеты лежат орлами вверх. Петя и Вася играют в следующую игру: они по очереди переворачивают по одной монете, начинает Петя. Проигрывает тот, после чьего хода повторилась ситуация, которая уже встречалась в игре (включая первоначальную). Кто выиграет при правильной игре?

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC медиана BM и высота CH пересекаются в точке E . Точка K лежит на описанной окружности треугольника ABM , и она диаметрально противоположна точке B . Докажите, что углы ABM и EKM равны.

Задача 6. Сколько существует разбиений доски 2020×2019 (2020 строк и 2019 столбцов) на прямоугольники 3×2 таких, что каждая строка доски пересекает одинаковое количество вертикально расположенных прямоугольников 3×2 ? (Прямоугольники 3×2 можно поворачивать. Вертикально расположенный прямоугольник 3×2 содержится в двух столбцах и в трёх строках.)

Задача 4

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Если Петя и Вася по очереди переворачивают по одной монете, после 2019 хода все монеты будут лежать орлами вниз. 2018 ход сделал Вася и поэтому если Петя перевернет 1 монетку то новая ситуация ~~отражена в задании~~. В этом случае победит Петя.

Ответ: Петя

60

Задача 6

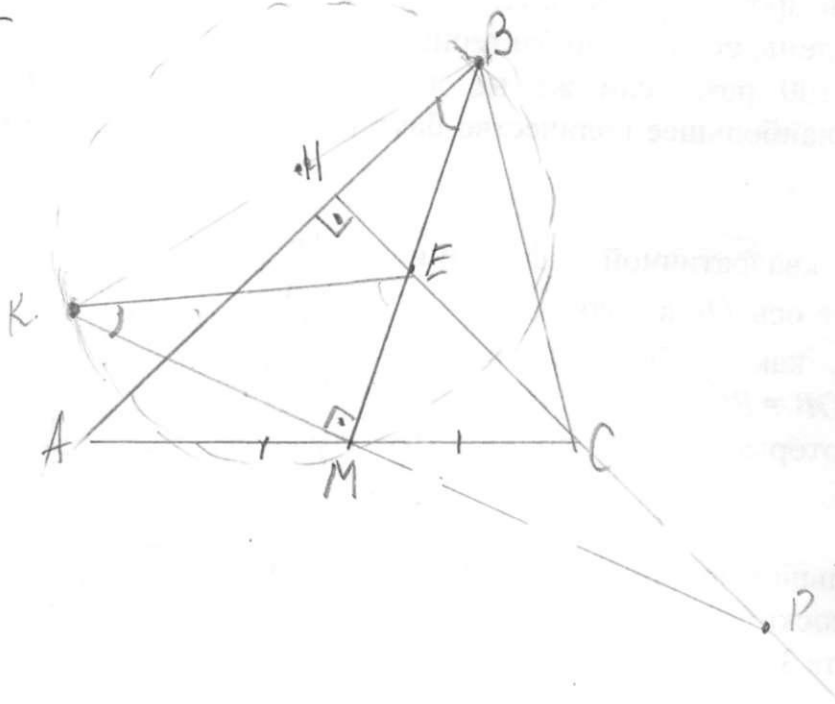
~~Пусть $2019 \equiv 2020 \pmod{3}$~~

2019 - делится на 3 } единств. образом.
 2020 - делится на 2 }

Ответ: 1.

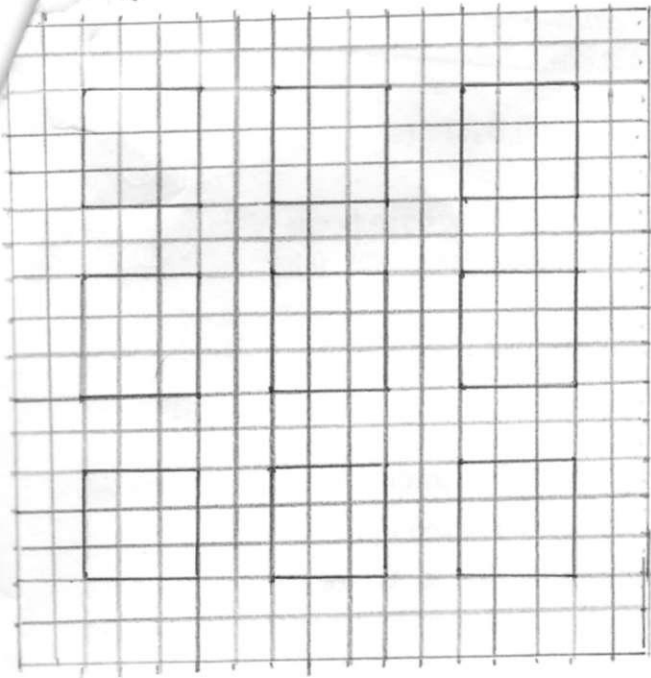
35

n=5



25

задача 3



Ответ: 9

7б

Задача 1

В начале в пробирке ~~находится~~ 2019 бактерий. Следующим 19 дней количество уменьшается на 10% к концу будет 200 бактерий. В 20 день количество уменьшится в 100 раз значит к концу дня останется 20 бактерий. К концу 50 дня в пробирке не останется бактерий. Ответ: 0.

2б

Задача 2

По графику видно, что $a > 0$, потому что ветви параболы направлены вверх. При $x=0$ $y=c$ точка $A(0; c)$ находится в верхней полуплоскости $\Rightarrow c > 0$. При $y=0$ $ax^2 + bx + c = 0$ и имеет два корня

$$\begin{cases} \text{при } b > 0 & ax^2 + bx + c = 0 \\ \text{при } b < 0 & ax^2 - bx + c = 0 \\ \text{при } b = 0 & ax^2 + c = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3б

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 0 - \\ &= -1 + 1 + 0 + 1 - 1 - 0 = 0 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

Ответ: нету