МОУ СОШ из с.п. Зюково
ФИО Хаипурзова Марина И
Класс 11

1122 Трі. 1122

№4 - 2б
№5 - 1б
№6 - 4б

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Задача 1. Существуют ли три таких ненулевых действительных числа a, b и c, что все три уравнения $ax^2+b=0$, $bx^2+c=0$ и $cx^2+a=0$ имеют решения?

Задача 2. В треугольнике ABC проведена медиана BM. Оказалось, что угол AMB равен 60°. На продолжении стороны AC за точку A отмечена точка D такая, что $AD = BM$. Докажите, что треугольник CBD равнобедренный.

Задача 3. Стоимость одной акции фирмы «Рога и копыта» в начале составляла 1 рубль. Каждый следующий день она либо утраивалась, либо увеличивалась на 1 рубль. Спустя 100 дней акция стала стоить 2019 рублей. Могло ли так оказаться, что за эти 100 дней стоимость акции утраивалась ровно 5 раз?

Задача 4. Алёна разбила все натуральные числа от 1 до 2019 на 450 групп. Затем она вычислила произведения чисел в каждой группе и посчитала сумму цифр каждого получившегося произведения. Могла ли Алёна получить 450 одинаковых чисел?

Задача 5. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равно 1, а плоские углы при вершине S равны по 15°. Точки X, Y, Z отмечены на ребрах SB, SC, SD соответственно. Какое минимальное значение может принимать сумма $AX+XY+YZ+ZA$?

Задача 6. Докажите, что число способов разрезать клетчатую доску 6×7 на трёхклеточные уголки — чётно.

7б За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача 1. I способ.

$$\begin{cases} ax^2+b=0 \\ bx^2+c=0 \\ cx^2+a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax^2 \cancel{+b} = -b \\ bx^2=-c \\ cx^2=-a \end{cases}$$

если $cx^2=-a$, то $ax^2=-b \Rightarrow -cx^2\cdot x^2=-$

$\Rightarrow bx^2\cdot x^2\cdot x^2=-b \Longrightarrow x^2\cdot x^2\cdot x^2=-1$
исходя из второго равенства

Какое-либо число в четной степени не может быть отрицательным, значит, не существуют три таких ненулевых действительных числа.

II способ.

$$\begin{cases} ax^2+b=0 \\ bx^2+c=0 \\ cx^2+a=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ax^2=-b \\ bx^2=-c \\ cx^2=-a \end{cases} \xRightarrow{\text{методом сложения}} ax^2+bx^2+cx^2=-b-c-a$$

Выносим x^2

$$(a+b+c)\cdot x^2=-1(b+c+a)$$

x^2 не может равняться -1

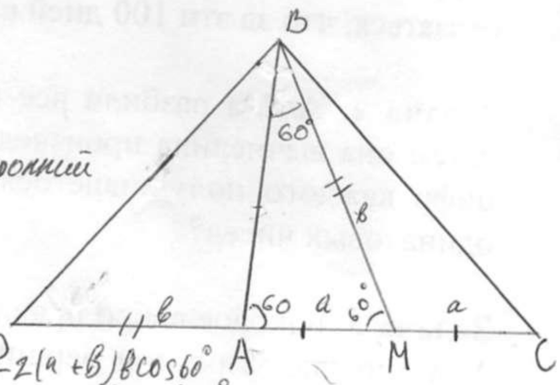
Значит не имеет решения.

② . 6б

Дано:
$\angle AMB=60^\circ$
BM - медиана
$DA=MB$

Доказать, что DBC - равнобедренный тр-к.

Решение:
~~Если~~ BM - медиана, значит
$AM=MC$.
$A\cancel{B}=BM$, значит $\triangle BAM$ - равносторонний
В таком случае, по двум сторонам и углу между ними
$\triangle ABC=\triangle DMB$ ~~т.к.~~ т.к. $BD^2=(a+b)^2+b^2-2(a+b)b\cos 60^\circ$
~~Значит~~ Значит $DB=BC$, и $BC^2=a^2+b^2-2(a+b)\cos 120^\circ$.
$\triangle DBC$ - равнобедренный.



7б.

③. Ответ: Не могло, поскольку. если б бы утроилось 5 раз то прибавилось 1 95 раз. При этом самое большое число. могло получиться, $1\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=$

$81+95=176$; $176\cdot 3=528$, ~~кроме того~~ ~~утроилось~~ ~~более~~ ~~количество~~ ~~раз~~. когда ~~раз~~ еще прибавлется 1, четность меняется.

0б ①. Она не могла получить 450 одинаковых чис[ел] поскольку если за разобьет на 450 групп, то одна группа будет больше предыдущей. Произведения и сумма цифр произведений в одной группы будет больше произведения и суммы цифр предыдущей. И 450 полученных чисел точно не совпадут.

⑤ 4б

Дано:

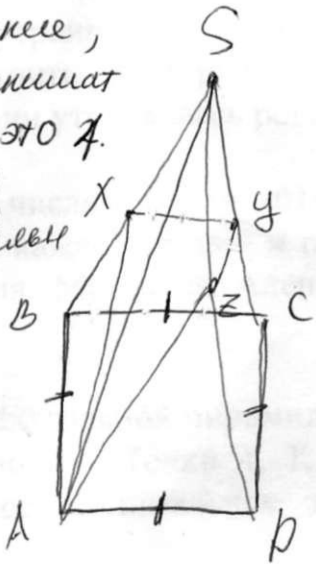
$\angle$ при $S = 15^0$

$SA = SB = SD = SC = 1$

$AX + XY + YZ + ZA = ?$

Решение

минимальное значение, которое может принимат эта вся сумма — это 1. Развернем пирамиду и получим равносторонний треугольник



⑥ 4б $6 \cdot 7 = 42$.

$42 : 3 = 14$. — четное число.

Чтобы разрезать этот четырехугольник на трехклеточные уголки, нужно разрезат сначала на  и  части.

А таких способов я насчитала 6 — четное число.

А теперь $6 \cdot 7$