ОУ СОШ №1 с.п. В. Куркужин
ФИО Дугулубгов Ислам Мухажидович
Класс 9 „А"
903

Победитель 903

5 - 3б
6 - 0б
30б

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

Задача 1. В ряд стоят 10 клеток. Можно ли в одну клетку посадить одного кролика, в другую — двух, в третью — трёх, …, в десятую — десять так, чтобы в любых трёх подряд идущих клетках было не более 15 кроликов?

Задача 2. На сторонах BC и AD прямоугольника $ABCD$ во внешнюю сторону построены равные тупоугольные треугольники BXC и DYA: $BX = DY$, $XC = YA$, BXC и DYA — равные тупые углы. Докажите, что шестиугольник $ABXCDY$ можно разрезать на три параллелограмма.

Задача 3. У нумизмата есть 2019 различных по весу монет. Известно, что любые 20 монет из его коллекции тяжелее, чем любые 19 монет из оставшихся. Могло ли так оказаться, что есть 37 монет таких, что 18 из них тяжелее, чем оставшиеся 19?

Задача 4. Число $n!$ — это произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Какое наименьшее количество чисел (хотя бы одно) можно выбрать из набора $30!, 31!, \ldots, 60!$ так, чтобы их произведение было равно квадрату некоторого натурального числа?

Задача 5. Из Оксфорда в Кембридж одновременно вылетело три почтовых голубя, каждый из них, доставив послание, сразу же полетел обратно. Первый голубь летел быстрее всех и встретил на обратном пути второго голубя в 36 км от Кембриджа, а третьего голубя — в 50 км от Кембриджа. Второй голубь вторым доставил послание и встретил третьего голубя в 16 км от Кембриджа. Чему равно расстояние между Оксфордом и Кембриджем?

Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AM и CK. Отмечена точка N такая, что $AMNK$ — параллелограмм. Докажите, что прямая CN перпендикулярна KM.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

№1 Попробуем рассадить кроликов (кроликов) так, чтобы в любых трех подряд идущих клетках было не более 15 кроликов

10	3	1	9	4	2	8	5		

Остается 6 и 7 и поставив их в оставшиеся клетки получим более 15 кроликов. Значит нет такой комбинации.

Допустим что возможно посадить кроликов согласно услови тогда во всех клетках будет $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ кролик. Если 9 клеток взять по 3 то в них не более 45 кроликов, остся число 10 так как $55-45=10$, значит в оставшиеся клетках должно быть 10 кроликов, что не удовлетворяет условию. 7б

Ответ: Нет, нельзя посадить в клетке не более 15

№3 Возьмем две группы монет I группа из 18 монет и II группа из 19, так что I группа тяжелее 2 группы.

I группа – A

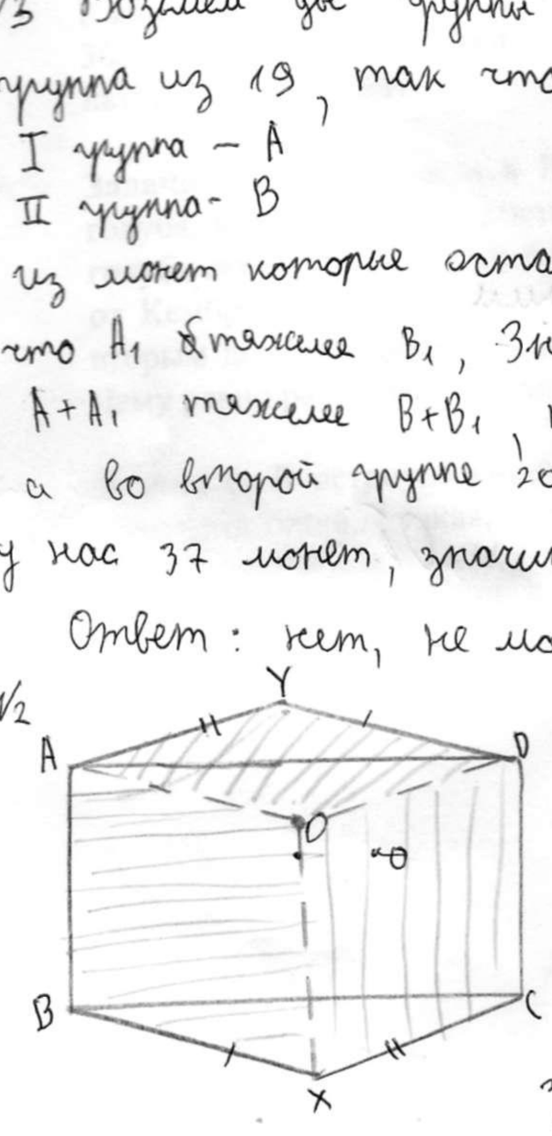
II группа – B

Из монет которые остались возьмем две монети A_1 и B_1, так что A_1 тяжелее B_1, Значит

$A+A_1$ тяжелее $B+B_1$, получаем, что в первой группе 19 мон а во второй группе 20 монет, Вместе $19+20=39$, а по усло у нас 37 монет, значит не могло. 6б

Ответ: нет, не могло

№2



Доказательство

По условию $BX=DY$, $XC=AY$

$\angle X=\angle Y$ – тупые углы

Шестиугольник разрезается на четырехуг ник $AODY$, $ABXO$, $CDOX$

Из равенства противоположных сторо следует равенство Δ AYD и AOD значит полученные четырехугольники параллелограммы. ч. т. д. 7б

№4 Нам дают набор 30!, 31! 32!, ... 60!

1) из n! нельзя выбрать произведение равное квадрату числа
Значит одно число мы не можем взять.

2) рассмотрим произведение двух факториалов. Они должны быть идущими подряд, чтобы второй множитель равнялся квадрату.

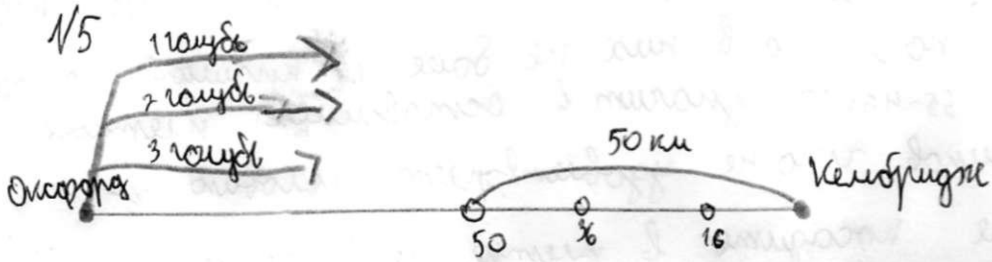
$48! \cdot 49! = 48! \cdot (48! \cdot 49) = 48! \cdot 48! \cdot 7^2 = (48! \cdot 7)^2$

Взяли 48! и 49!, удовлетв. условию, их два факториал

Ответ: 2.

7б

№5

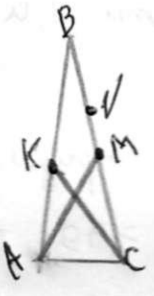


$50 - 16 = 34$
$34 + 36 = 70$
$70 + 50 = 120$

Ответ: 120 км

3б

№6



AMNK – параллелограм

0б