МОУ СОШ №1 с.п. Куба-Таба
ФИО Кумыков Амир Альбекович
Класс 9 909

Призер

909

4 – ..
5 – 2б
6 – 3б
25б

ИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

Задача 1. В ряд стоят 10 клеток. Можно ли в одну клетку посадить одного кролика, в другую — двух, в третью — трёх, ..., в десятую — десять так, чтобы в любых трёх подряд идущих клетках было не более 15 кроликов?

Задача 2. На сторонах *BC* и *AD* прямоугольника *ABCD* во внешнюю сторону построены равные тупоугольные треугольники *BXC* и *DYA*: *BX* = *DY*, *XC* = *YA*, *BXC* и *DYA* — равные тупые углы. Докажите, что шестиугольник *ABXCDY* можно разрезать на три параллелограмма.

Задача 3. У нумизмата есть 2019 различных по весу монет. Известно, что любые 20 монет из его коллекции тяжелее, чем любые 19 монет из оставшихся. Могло ли так оказаться, что есть 37 монет таких, что 18 из них тяжелее, чем оставшиеся 19?

Задача 4. Число $n!$ — это произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Какое наименьшее количество чисел (хотя бы одно) можно выбрать из набора 30!, 31!, ..., 60! так, чтобы их произведение было равно квадрату некоторого натурального числа?

Задача 5. Из Оксфорда в Кембридж одновременно вылетело три почтовых голубя, каждый из них, доставив послание, сразу же полетел обратно. Первый голубь летел быстрее всех и встретил на обратном пути второго голубя в 36 км от Кембриджа, а третьего голубя — в 50 км от Кембриджа. Второй голубь вторым доставил послание и встретил третьего голубя в 16 км от Кембриджа. Чему равно расстояние между Оксфордом и Кембриджем?

Задача 6. В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты *AM* и *CK*. Отмечена точка *N* такая, что *AMNK* — параллелограмм. Докажите, что прямая *CN* перпендикулярна *KM*.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача 1.

Ответ: Нет.

Допустим, что такое возможно. Таким образом общее количество кроликов равно $1+2+\ldots+10=55$. Однако, рассмотрев первые девять клеток как три чередующиеся тройки мы получим, что в клетках не больше 45. Значит, в последней клетке должно быть 10 кроликов. Таким образом рассмотрев последние девять клеток получим, что и в первой клетке сидят 10 кроликов. Это противоречит условию.

7б

Задача 3.

Допустим у нас две группы монет A и B. $A=18$, $B=19$, где A тяжелее B. Из оставшихся монет выделим две монеты c и d, где c тяжелее d. Тогда $A+c$ тяжелее чем $B+d$. Мы получаем противоречие, потому что $A+c=19$, а $B+d=20$.

Ответ: Нет, не могло.

6б

Задача 2.

Дано:

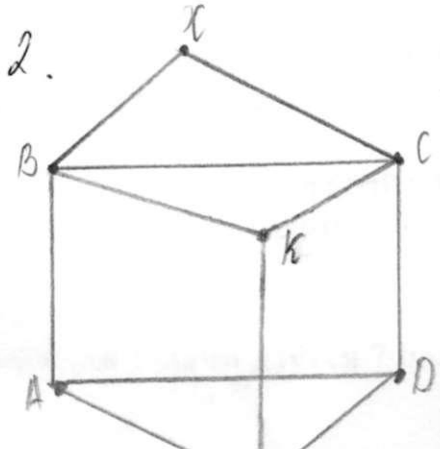
$ABCD$ - прямоуг.

$\Delta BXC = DYA$ - тупоугол. треуг.

$BX = DY$

$XC = YA$

Доказ.: что шестиугольник $ABXCDY$ можно разрезать на 3 параллелограмма.



Решение:

Построим во внутреннюю сторону нашего прямоугольника треугольник CKB, равный DYA и BXC. Теперь наш шестиугольник разрезается на четырехугольники $XCKB$, $DYKC$ и $ABKY$.

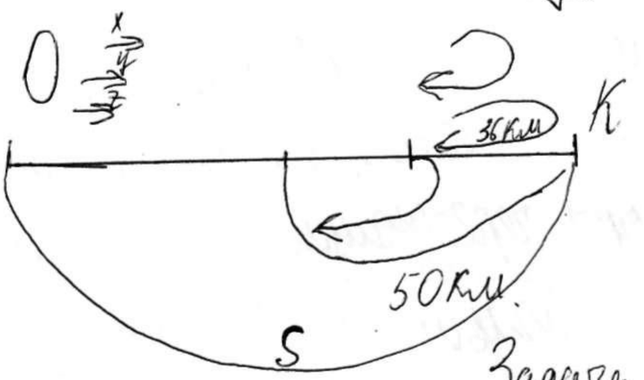
У четырехугольника $ABKY$ равны стороны AY и BK, их параллельность следует из того, что соответственные

$\angle ABK = 90° - \angle KBC$ и $\angle BAY = 90° \ldots$ $YAB = 90° + \angle KBC$ дополняют ...

также можно получить равенство и параллельность сторон DУКС. значит эти все 3 четырехугольника параллелограммы.

7б

Задача 5.



$\frac{x\cdot z}{y}=a$, $\frac{y}{z}=b$

2б

Задача 4.

n!

30! = 1·2 · 30

31! = 1·2 31

Кв. чисел 36, 49, 64, 81, 100, ...

таких не вижу 30!, 31!, ...

но 60! = ... 36 ... 49 ... 60

2

3б